

COMPARAÇÃO DE FÓRMULAS PARA A DETERMINAÇÃO DO EXA-
GERO DE ESTEREOSCOPIA NO USO DE FOTOGRAFIAS AÉREAS

TESE APRESENTADA AO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊN-
CIAS GEODÉSICAS COMO PARTE INTEGRANTE DOS REQUISI-
TOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM CIÊNCIAS
GEODÉSICAS

ATTILIO ANTONIO DISPERATI
engenheiro florestal

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS GEODÉSICAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
CURITIBA, JUNHO DE 1.975

À minha família

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. José Bittencourt de Andrade
pela orientação e incentivo recebidos.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento
de Pessoal de Ensino Superior (CAPES) e ao Banco Nacional de
Desenvolvimento Econômico (BNDE) pelo suporte financeiro.

A todos os professores e colegas que
contribuíram com críticas e sugestões para a melhoria deste
trabalho.

R E S U M O

O presente trabalho visa a uma tentativa de comparação de resultados obtidos por cinco dos procedimentos existentes para a determinação do valor do exagero de estereoscopia, a saber: ANDRADE, FICHTER, HACKMAN, I.T.C. e THURRELL; todos relativos à este assunto de tanta importância para Aero-fotogrametria e Foto-Interpretação.

Uma parte expositiva sobre conceito, finalidade e importância do conhecimento do exagero de estereoscopia é, inicialmente, apresentada, para que, a seguir, de 27 declives medidos no terreno e através de cinco pares de fotografias aéreas, utilizando-se o valor do exagero de estereoscopia dos cinco métodos, na escala aproximada de 1:20.000 do Município de Colombo, próximo de Curitiba, as seguintes e principais conclusões possam ser inferidas:

a) em se tratando de valores numéricos do exagero de estereoscopia, os melhores resultados foram os obtidos, sucessivamente, pelos métodos de ANDRADE, HACKMAN, I.T.C., THURRELL e FICHTER;

b) analisando-se os resultados referentes aos ângulos de declives, nenhum método forneceu bons resultados, porém os que mais se destacaram foram os de ANDRADE, THURRELL e HACKMAN.

S U M M A R Y

The present study compares the results obtained from 5 methods used for determining the degree of stereoscopic exaggeration. The methods examined were developed by: ANDRADE, FICHTER, HACKMAN, I.T.C. and THURRELL. All relate to a subject of great importance in Photogrammetry and Photointerpretation.

The study discusses the importance of understanding the phenomenon of stereo exaggeration. It presents the results of field and photo analysis of 27 slopes on 5 pairs of photographs an area in the Municipality of Colombo, near Curitiba in Paraná State, using the 5 defined methods. The photography used had a scale of 1:20.000.

The principals conclusions are drawn:

- a) In order of accuracy the best results were obtained using the methodology of ANDRADE, followed by HACKMAN, I.T.C., THURBELL and FICHTER;
- b) Analysing the results in respect of the slope analysis, no method gave consistently good results in relation to the fields records, but the methodologies of ANDRADE, THURRELL and HACKMAN were the best.

C O N T E Ú D O

Título	i
Dedicatória	ii
Agradecimentos	iii
Resumo	iiii
Summary	iiii
I - INTRODUÇÃO	1
II - REVISÃO DA LITERATURA	2
II.1. Conceito, importância e finalidade do co- nhecimento do exagero da estereoscopia ...	2
II.2. Principais processos e fórmulas para a de- terminação do exagero de estereoscopia ...	7
II.2.1. Processo de THURRELL	7
II.2.2. Fórmula de GOODALE	9
II.2.3. Fórmula de TREECE	10
II.2.4. Método de FICHTER	11
II.2.5. Método de RAASVELDT	15
II.2.6. Método de HACKMAN	17
II.2.7. Método de I.T.C.	17
II.2.8. Fórmula de MILLER	19
II.2.9. Fórmula de ANDRADE	21
II.2.10. Fórmula de LaPRADE	23
II.2.11. Fórmula de YACUPELOS	26
III - MATERIAIS E MÉTODOS	27
IV - RESULTADOS E DISCUSSÕES	29
V - CONCLUSÕES	40
VI - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42

I. INTRODUÇÃO

A primeira impressão, ao se observar estereoscopicamente, um par de fotografias aéreas, é a de se estar configurando um aumento da escala vertical em relação a horizontal, fato este conhecido como exagero de estereoscopia e fartamente verificado e comentado por estudantes de Fotogrametria e Foto-Interpretação.

Os artigos fotogramétricos publicados sobre o assunto não são em número reduzido e, apesar de mais de uma dezena de autores já haverem contribuído com trabalhos visando ao seu equacionamento, o problema não foi ainda completamente solucionado.

A finalidade deste trabalho não é o de proceder a um estudo quantitativo das fórmulas e métodos apresentados pelos diversos autores, nem tampouco um estudo das variáveis causadoras do exagero de estereoscopia, mas sim, a de comparar os resultados provenientes da aplicação de 5 métodos, a saber:

a) método geométrico proposto por ZORN que nesse trabalho recebeu a denominação de método do I.T.C.;

b) fórmulas desenvolvidas, respectivamente, por ANDRADE, FICHTER, THURRELL e

c) método de HACKMAN.

As conclusões apresentadas ao final deste trabalho não devem ser encaradas como definitivas, mas sim, como suporte para uma pesquisa mais ampla, na qual os dados numéricos deverão ser obtidos por distintos operadores de instrumentos fotogramétricos empregando os mesmos aparelhos e métodos e utilizando fotografias aéreas em diferentes escalas.

II. REVISÃO DA LITERATURA

II.1. Conceito, importância e finalidade de conhecimento do exagero de estereoscopia.

Quando observamos estereoscopicamente um par de fotografias aéreas, o modelo estereoscópico (estereomodelo) observado ou a imagem mental, não corresponde exatamente ao terreno fotografado. Assim, a escala vertical raramente é idêntica à horizontal. Podemos, desse modo, afirmar que o modelo estereoscópico apresenta-se exagerado verticalmente ou simplesmente com exagero de estereoscopia. Na eventualidade do modelo aparente ser igual ao real, o exagero de estereoscopia resulta em valor unitário. Além disso, o exagero de estereoscopia pode ser positivo ou negativo conforme seu valor esteja contido no intervalo entre 0 e 1, ou seja, superior a unidade (12). Geralmente o valor obtido é superior a unidade, evidenciando que o modelo aparente excede ao real em altura (11).

Dependendo da posição de observação através do estereoscópio sobre as fotografias aéreas, as características topográficas não são apenas deformadas verticalmente, podendo, também, o serem na direção horizontal. A isto, denomina-se distorção. Portanto exagero de estereoscopia (ou exagero vertical) e distorção têm significados diferentes.

Quantitativamente, exagero vertical pode ser conceituado como a razão entre a escala vertical e a horizontal (9).

Se nossos olhos, ao observarmos o par de fotografias, pudessem ser dispostos, verticalmente acima dos

pontos principais das fotografias e a distância focal do estereoscópio fosse a mesma da câmara aérea utilizada para a tomada das fotos, a escala do modelo observado seria idêntica a do real, acarretando exagero igual a 1. Isto ocorre no Estereoplanígrafo C-8 da Zeiss.

Felizmente, nos estereoscópios e aparelhos de restituição, tal fato mencionado não se verifica, o que vem a ser útil para as observações, pois pormenores, talvez desprezíveis por suas dimensões, não sensivelmente exagerados, facilitando, desse modo, a consecução de estudos geológicos, agrícolas e de reconhecimento.

Um estudo quantitativo foge ao escopo deste trabalho mas, segundo MILLER (9), as variáveis acarretadoras do exagero vertical podem ser classificadas em: fotográficas e estereoscópicas. As variáveis fotográficas incluem: escala, base aérea, relevo, inclinação da fotografia e ótica e as estereoscópicas compreendem: distância de observação (do plano dos olhos à fotografia), separação e rotação das fotografias, distância interpupilar e movimento do estereoscópio. As mais importantes são as variáveis fotográficas, pelo fato de abrangerem a altura de vôo e a base aérea (vide fórmulas de CHARLES MILLER (8), RAASVELDT (10), LAPRADE (5)).

Uma das principais aplicações do exagero de estereoscopia é na determinação do ângulo real de declives, importante em trabalhos de foto-interpretação.

Em trabalhos de natureza geológica, é primordial o conhecimento de ângulos de declives e mergulhos(11).

Em conservação do solo, um dos fatores que contribuem para a erosão, afora a qualidade e profundidade

do solo, é a declividade do terreno.

Em plantios agrícolas, as regiões poderiam ser escolhidas para plantio mecanizado ou não, em função da classe de declividade e do aspecto físico do terreno, ambas determinadas e reconhecidas através de fotografias aéreas.

Torres de vigilância de incêndios florestais teriam sua posição determinada, sem a necessidade de ir ao campo para verificar a visibilidade entre pontos, analisando o declive do local e a diferença de altura entre pontos através de fotografias aéreas.

Enfim, em diversos setores de atividade, quando desejamos conhecer ângulos de declives com precisão compatível com a sua finalidade e queremos evitar uma visita ao local, podemos utilizar os conhecimentos advindos do exagero de estereoscopia para obtê-los.

Salienta-se desse modo, a importância prática do conhecimento do exagero de estereoscopia em trabalhos de Foto-interpretção.

Através da relação tangencial entre o ângulo de declive aparente (α') e o real (α) podemos facilmente obter o valor do exagero vertical. A figura 1 nos permite deduzir:

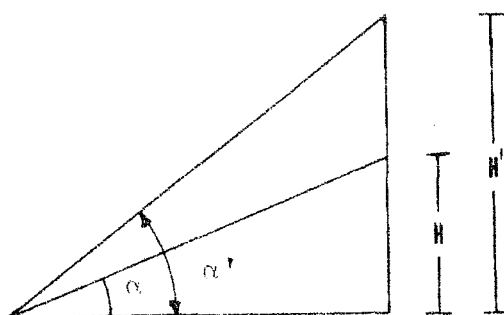


FIGURA 1

$$\begin{array}{l} \text{EXAGERO} \\ \text{DE} \quad = \epsilon = \frac{H'}{H} = \frac{\text{tg } \alpha'}{\text{tg } \alpha} \\ \text{ESTEREOSCOPIA} \end{array}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{tg } \alpha'}{\epsilon}$$

Mais de doze fórmulas (7) foram propostas para a determinação do exagero, não se chegando a uma conclusão definitiva. A importância do assunto retorna à evidência devido ao fato de que com as imagens de radar e de satélite não se conseguem valores de paralaxe como acontece com as fotografias aéreas (5).

"Entretanto, até o momento, o método mais seguro é preciso de obter o valor de ϵ é através da comparação do ângulo medido por meio do estereocomparador de declives, com o mesmo ângulo determinado no terreno" (1). Porém para evitar incursões ao terreno, fórmulas tem sido desenvolvidas partindo de figuras geométricas e analisando as variáveis causadoras de tal exagero vertical.

A grande dificuldade, até agora insuperável, configura-se no fato de "não haver instrumento para medir as dimensões da imagem mental criada em decorrência da observação de um modelo estereoscópico" (12). Isto quando usamos estereoscópios.

Em aparelhos de restituição, o modelo é projetado ou observado exageradamente, o que também ocorre com a marca estereoscópica da "mesa traçadora"; assim, ambos aparecem exagerados, não acarretando erros no traçado da planimetria e da altimetria.

Em quase todas as fórmulas desenvolvidas para o cálculo do exagero, consta um termo que, em palavras simples, é a distância do plano dos olhos do observador ao modelo estereoscópico. Porém, como o modelo é subjetivo, esta variável é crítica.

Diversos autores tentaram solucionar o problema

da variável crítica mediante experimentos controlados em estereogramas. Destaca-se o "tronco de pirâmide" utilizado no método de FICHTER para a determinação do R, fator de exagero do relevo.

Já preconizado por THURRELL (12), o I.T.C. desenvolveu um método que independe da variável mencionada anteriormente, pois utiliza a barra de paralaxe. Desse modo, sua marca estereoscópica aparece exagerada com o estereomodelo, tal como acontece nos aparelhos de restituição, o que vem a contornar a dificuldade do problema.

O tema continua ainda sem solução definitiva, aguardando uma expressão que satisfaça a todos os casos e elimine os inconvenientes.

LaPRADE, em artigo recentemente publicado (5), cita as seguintes exigências para uma teoria geral da estereoscopia:

- a) deve prover uma equação fornecendo o exagero para modelos óticos, válida para qualquer estereoscópio e qualquer configuração de câmaras aéreas;
- b) deve solucionar o conflito entre a teoria projecionista e a fixacionista;
- c) deve apresentar uma explicação para os resultados que se obtém quando a separação fotográfica é idêntica à distância interpupilar,
- d) deve ser suficiente para determinar a causa do cansaço dos olhos, reportado por muitos observadores, quando a separação das fotografias difere sensivelmente da melhor posição preconizada pelos projecionistas.

II.2. Principais processos e fórmulas para a determinação do exagero de estereoscopia.

3

Abordaremos, neste capítulo, os principais processos e fórmulas existentes para a determinação do exagero de estereoscopia.

II.2.1. Processo de THURRELL

Utiliza os seguintes elementos para a determinação do ϵ : tamanho da fotografia, distância focal da câmara aérea e porcentagem de recobrimento entre o par de fotografias aéreas.

THURRELL (12) não apresenta qualquer fórmula mas apenas a figura 2, na qual de posse dos três elementos acima mencionados, pode-se obter, numericamente, o valor do exagero de estereoscopia.

A vantagem desse processo evidencia-se no uso de valores sistematicamente iguais para todos os foto-interpretadores.

Através da relação entre o ângulo exagerado, obtido no estereomodelo com o estereocomparador de declives ou instrumento análogo e o fator médio do exagero extraído da figura 2, determina-se o "ângulo de declive na fotografia", que para transformar-se no ângulo real deve ser corrigido do deslocamento radial. O valor dessa correção depende de quatro fatores, a saber: ângulo do declive, distância focal da câmara aérea, ângulo delimitado pelo traço horizontal do declive ("strike") e a radial normal, ao "strike", passando pelo estereocentro, e finalmente a distância do "strike" ao estereocentro.

Infelizmente, nenhuma fórmula é apresentada para esta correção, apenas uma tabela, na qual são fornecidos os valores do deslocamento radial, válida somente para fotografias aéreas obtidas com câmara de 209 milímetros de distância focal. A correção é aditiva quando o declive está disposto em direção ao ponto médio; caso contrário, ela é subtrativa.

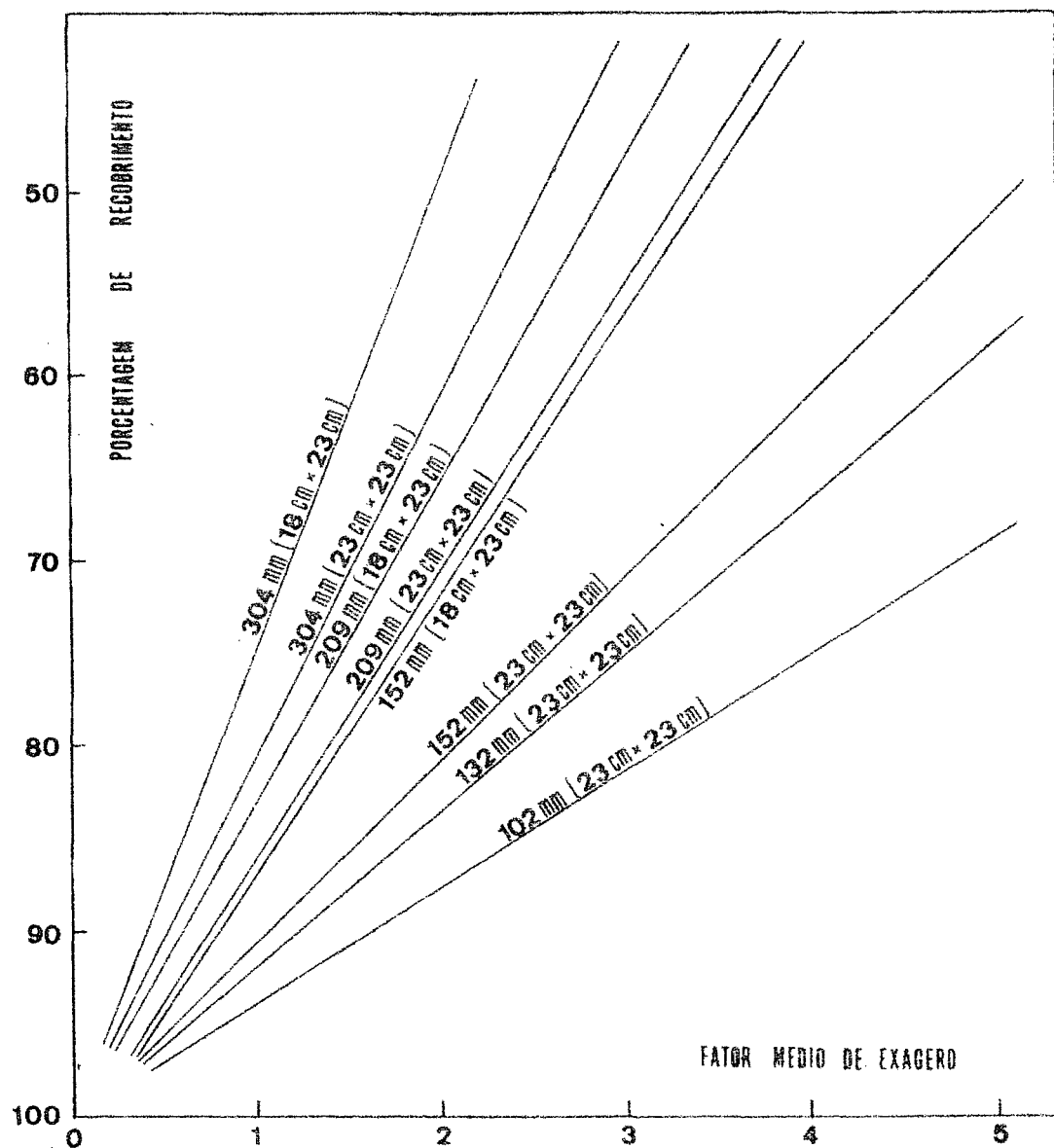


FIG. 2

Segundo o autor, recomenda-se o uso deste processo, para conservar adequada precisão nos resultados, em declives de até 45 graus.

Baseando-se na premissa de que a imagem elaborada e formada no cérebro depende da geometria dos raios imagens do objeto, projetada na retina, da mesma maneira como a imagem fotográfica depende da geometria dos raios de luz que penetram na câmara aérea, da geometria do objeto e dos raios imagens que dão origem à fotografia, GOODALE (2) desenvolve a seguinte expressão:

$$\epsilon = \frac{f_s \times (b_e + s) \times (b+d)}{f_a \times (b_e) \times (b_e + m \times d)}$$

f_s : distância de observação ou distância focal do estereoscópio.

f_a : distância focal da câmara aérea

b_e : distância interpupilar

b : base aérea estereoscópica na escala da fotografia

s : separação das fotografias

d : deslocamento da imagem, ou melhor, diferença de paralaxe da imagem de qualquer ponto no estereomodelo, para o ponto mais baixo no qual considera-se passando um plano de referência.

m : poder de ampliação do estereoscópio. Para estereoscópios de lentes seu valor é igual a 250 dividido pela distância focal em milímetros.

Na eventualidade da separação das fotografias ser igual à distância interpupilar, $s = b_e$, a fórmula simplifica-se para:

$$\epsilon = \frac{2 \times f_s \times (b+d)}{f_a \times (b_e + m \times d)}$$

É o primeiro trabalho sobre exagero de estereoscopia propondo modificações em uma fórmula, no caso a de GOODALE, e com a finalidade de comparar valores obtidos pe la aplicação de diferentes fórmulas usando fotografias de 18 cm x 18 cm na escala de 1:20.000 e fotografias aéreas de 23 cm x 23 cm nas escalas de 1:20.000 e 1: 9.600.

" A finalidade é examinar, certos artigos publicados sobre exagero vertical na qualidade de foto-interpretador, para determinar a consistência e as deficiências de cada um e avaliar sua precisão e uso prático". (13).

Todos os testes foram efetuados em laboratório, não havendo a necessária comparação com o declive real, obtido no terreno, nem tampouco testes estatísticos.

s fórmulas aplicadas para a determinação do ε foram desenvolvidas por:

- a) STONE, que é uma fórmula empírica somente aplicável a fotografias verticais na escala 1: 20 000;

$$\epsilon = \frac{\text{tamanho da fotografia} \times \text{dist.focal da câmara aérea}}{\text{dist.interpupilar} \times \text{dist. focal do estereoscópio}}$$

- b) THURRELL,
c) MILLER, na realidade apenas um estudo das causas do exagero, sem apresentar uma fórmula que as correlacione,
d) GOODALE.

TREECE, introduzindo modificações na fórmula de GOODALE, inclusive no fator de proporcionalidade K, obtém a seguinte expressão aplicável somente com estereoscópios de lentes e, até o momento, não adaptada para o de espelhos:

$$\epsilon = \frac{f_s \times d_0 \times (b + d)}{f_a \times (f_s - d_0) \times (b_e + m \times d)}, \text{ onde}$$

d_0 = distância da lente à fotografia.

f_s = distância focal do estereoscópio.

f_a = distância focal da câmara aérea.

b = base aérea na fotografia.

b_e = distância interpupilar

m = fator de ampliação do estereoscópio.

d = deslocamento da imagem, medido paralelamente à linha de vôo e representando a soma dos deslocamentos, ou seja, a paralaxe absoluta. Na maioria dos casos pode ser negligenciada "no mínimo quando as maiores diferenças de altura entre os pontos no terreno são menores do que 2% da altura do vôo".

Com exceção da variável d , todas as demais são fáceis de obter.

Da comparação entre 3 fórmulas das 4 anteriormente citadas a que produziu maiores valores foi justamente a de TREECE, que segundo afirmação própria: "isto pode ou não indicar algum defeito. O autor pensa que não."

II.2.4. Método de FICHTER

É o método mais atraente de todos os existentes tanto pela sua clareza e simplicidade, como pela lógica formal. Foi apresentado em 1954 (*), sem demonstração:

$$\text{Cotg } \delta = \pm R \times \text{cotg } \gamma + \frac{d}{f} \times \text{sen } \beta, \text{ onde}$$

δ = ângulo real do declive, corrigido em exagero e distorção de perspectiva.

(*) FICHTER, Dr. H.J. Geometry of the stereoscopic model. Photogrammetria, pp. 134-9, 1953-54.

γ = ângulo lido no modelo estereoscópico.

R = fator de exagero do relevo.

d = distância do estereocentro (ponto médio entre os pontos principais) até o ponto mais alto do declive medido

f = distância focal do estereoscópio.

β = ângulo medido, de 0 a 90 graus, entre a radial do ponto mais alto do declive, partindo do estereocentro, e o "strike" passando pelo ponto mais alto do declive medido.

Pelo fato do declive estar em direção ou não ao estereocentro e motivado pela distorção de perspectiva, o ângulo observado pode sofrer um aumento ou diminuição. A fim de contornar o problema, FICHTER propõe manter a distorção de perspectiva positiva e introduzir o sinal mais ou menos no primeiro termo do segundo membro da fórmula. É usado o sinal positivo quando a face do declive medido estiver voltado para o estereocentro e, em caso contrário, o sinal será negativo.

Posteriormente à sua publicação, diversos pesquisadores propuseram-se a demonstrá-la; citamos apenas HOWARD(4).

O método é muito criticado no tocante à determinação do valor de K, aliás, ponto chave na determinação do exagero de estereoscopia.

O valor de K é determinado empiricamente para cada observador através de um par estereoscópico de um tronco de pirâmide de altura unitária. Estima-se, em unidades, a altura do tronco da pirâmide por ocasião da observação estereoscópica, que vem a ser o valor adimensional K na obtenção do R.

Da figura 3 obtemos:

$$R = \frac{Z}{H} = K \times \frac{P}{H}$$

$\frac{P}{H} = \frac{B + p}{f}$, onde f = distância focal da câmara aérea

$R = K \times \frac{(B + p)}{f}$. O valor de p é relativamente pequeno quando comparado com B (base aérea fotográfica).

Assim $R = K \times \frac{B}{f}$.

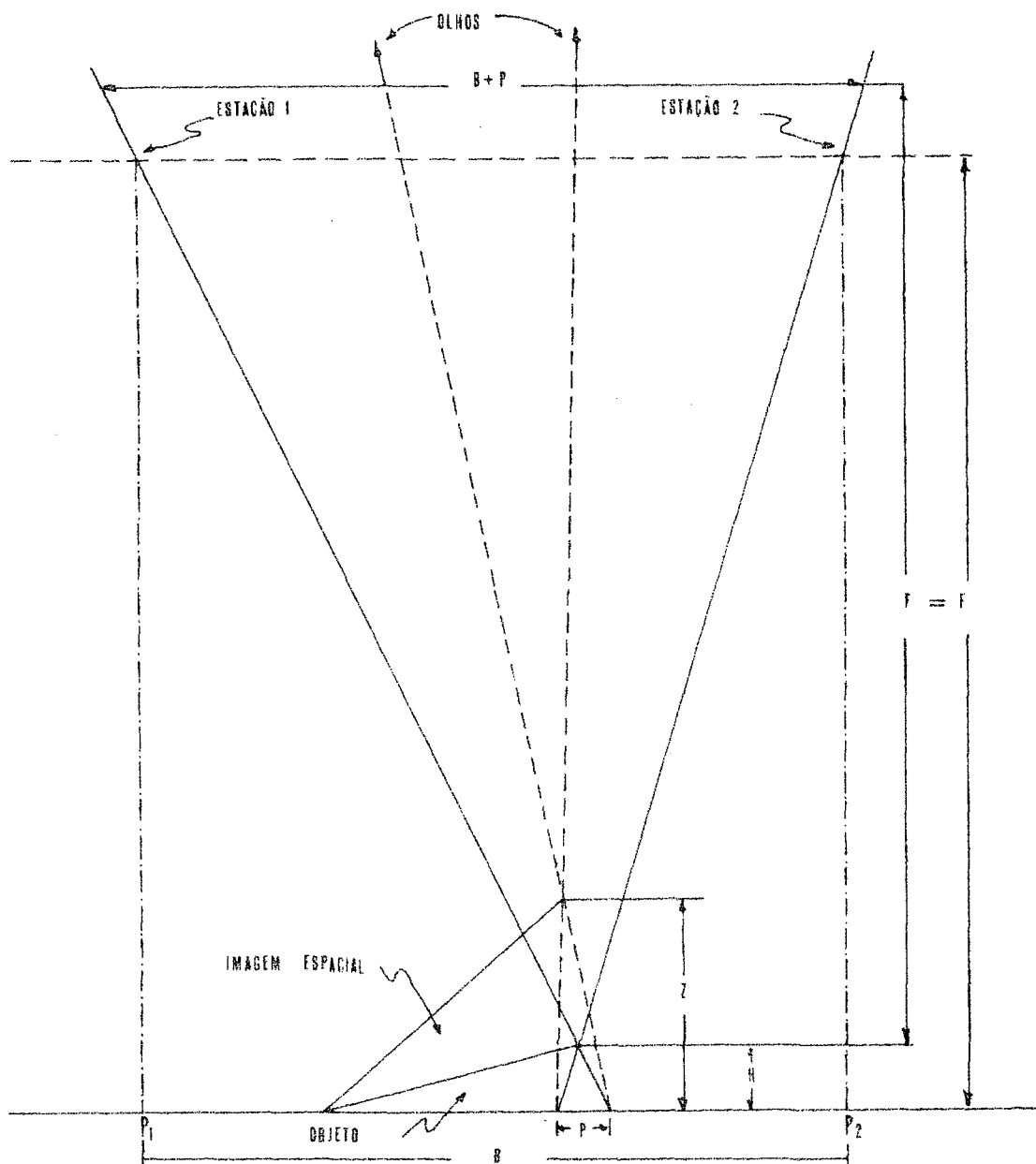
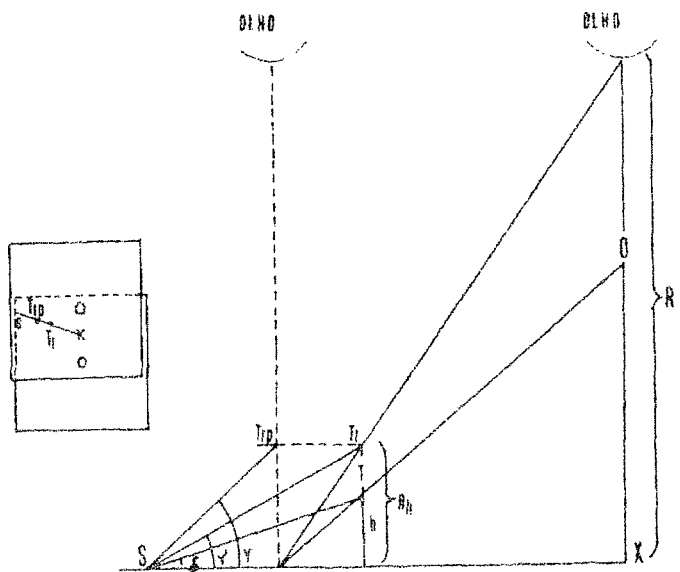


FIG. 3

"Se o estereoscópio estiver sobre a linha de vôo e centrado sobre o estereocentro, o modelo está sujeito somente ao exagero do relevo e a determinação do declive verdadeiro é simples: $\text{tg } \delta = \frac{\text{tg } \gamma}{R}$ ". (4). Caso contrário, deve-se proceder à correção da distorção de perspectiva do modelo.

Numa eventualidade qualquer, o valor de R pode ser substituído pelo resultado de qualquer fórmula apresentada neste trabalho.

A figura 4 demonstra perfeitamente o que acontece quando observamos o modelo estereoscópico deslocado em relação ao estereocentro.



110

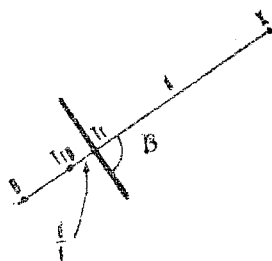
S e T = pontos extremos do declive real.

X = estereocentro.

Tr = ponto mais alto do declive exagerado.

Trp = ponto mais alto do declive exagerado e com distorção de perspectiva.

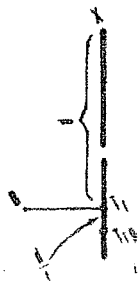
As seguintes ilustrações analisam todos os casos possíveis no tocante à distorção em perspectiva:



- 1) A LINHA DE MAIOR DECLIVE É NORMAL À RADIAL d EM RELAÇÃO AO ESTEREOCENTRO

ângulo $\beta = 90^\circ$, $\sin \beta = 1$

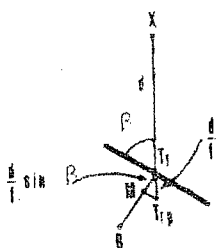
Ocorre, neste caso, o maior deslocamento devido à distorção que é $\frac{d}{f}$.



- 2) A LINHA DE MAIOR DECLIVE COINCIDE COM A RADIAL d .

ângulo $\beta = 0^\circ$ e $\sin \beta = 0$

neste caso, não há correção a considerar quanto à distorção.



- 3) CASO MAIS COMUM: A LINHA DE MAIOR DECLIVE É OBLÍQUA À RADIAL d .

O ângulo β varia de 0 a 90 graus e conseqüentemente, o seno entre 0 e 1.

A correção devido à distorção é dado por $\frac{d}{f} \times \sin \beta$.

II.2.5. Método de RAASVELDT

Para a determinação do ângulo real de declive, RAASVELDT (10) apresenta a seguinte fórmula análoga à de FICHTER:

$$e \times \cotg \delta = \cotg \omega - \frac{r}{f} \times \cos \alpha, \text{ onde}$$

e = exagero vertical.

δ = ângulo exagerado no estereomodelo.

ω = ângulo real no terreno

α = ângulo entre o "vetor-mergulho" e o "vetor-radial".

O termo $\frac{r}{f} \times \cos \alpha$ corrige a deformação causada no modelo estereoscópico quando da observação não acima do estereocentro.

RAASVELDT também apresenta a dedução da fórmula para o exagero vertical, baseada na adoção da teoria projetiva para a visão binocular indireta:

$$\epsilon = \frac{D \times F_v \times (b+p)}{f \times (m_0 \times p \times F_v + E \times D)}, \text{ onde}$$

F_v = distância, estimada, dos olhos do observador ao modelo estereoscópico.

D = distância dos olhos do observador até as fotografias.

p = paralaxe horizontal do ponto medido sobre as fotografias.

m_0 = aumento ótico das lentes do estereoscópio.

b = base aérea fotográfica.

E = distância interpupilar.

f = distância focal do estereoscópio ($n \times f$ deverá ser introduzido se as fotografias forem observadas com um poder de ampliação n vezes).

Para pequenos valores do paralaxe, pode ser simplificada para:

$$\epsilon = \frac{F_v \times b}{E \times f}$$

Apesar da simplicidade da fórmula, a presença de F_v já a torna duvidosa no uso corrente, pois vem a ser a variável mais discutida em exagero de estereoscopia.

II.2.6. Método de HACKMAN

A construção de um instrumento por HACKMAN, denominado estereocomparador de declives, permitindo a leitura do ângulo exagerado no modelo estereoscópico, juntamente com o subsequente desenvolvimento do processo para a obtenção do valor de ϵ , trouxeram ajuda ao problema de determinação de declives. As informações necessárias à determinação do valor de ϵ são: distância focal da câmara aérea, base aérea medida nas fotografias e utilização de um Modelo Suplementar de Declives (MSD) que acompanha o Manual de Instruções para o uso do aparelho.

Da comparação entre tangentes dos ângulos, lido no MSD e o outro obtido com a distância focal e a base aérea do par de fotografias, resulta o valor numérico de ϵ .

Quando do uso do estereocomparador de declives, muitas leituras devem ser feitas para se obter uma boa média. Segundo HACKMAN (3), cinco fatores, essencialmente afetam o exagero de estereoscopia, a saber: distância focal da câmara aérea, base aérea medida nas fotografias, separação das fotografias, distância interpupilar do observador e distância de observação. Todos esses fatores, incluindo o deslocamento radial dos pontos fotográficos, são compensados quando do uso do estereocomparador de declives.

II.2.7. Método do I.T.C. (INTERNATIONAL INSTITUTE FOR AERIAL SURVEY AND EARTH SCIENCES)

O método proposto pelo I.T.C., através do pesquisador H.C.ZORN e baseado no trabalho de RICHARD THREET, difere, fundamentalmente, dos demais, pois o desenvolvi-

mento da fórmula que fornece diretamente o ângulo real do declive (δ) baseia-se na diferença de altura entre os dois pontos definidores do declive (A e B sendo A o topograficamente mais baixo e o B o mais alto) e conveniente rotação e translação de um sistema de eixos de coordenadas ortogonais (X, Y) para (U, V): Com isso, o eixo U passará sempre pelos dois pontos assinalados no declive e o eixo V (paralelo à linha de maior declive) passará pelo ponto principal da fotografia.

Não existe fator pessoal compondo a seguinte fórmula:

$$\cotg^2 \delta = \left[\frac{P_a}{P} \times \left(\frac{V_{a'} - V_b}{f} \right) + \frac{V_{a'}}{f} \right]^2 + \frac{U_{pp}^2}{f^2}$$

P_a = paralaxe horizontal do ponto A.

δ = ângulo real do declive.

P = diferença de paralaxe entre os pontos B e A.

f = distância focal da câmara aérea.

$V_{a'}$ e $V_{b'}$ = distâncias ortogonais medidas do ponto A e B respectivamente, ao eixo U.

U_{pp} = distância medida do ponto principal da fotografia ao ponto definido pela intersecção da linha que passa pelos pontos A e B, com o eixo U.

Na prática usa-se a seguinte fórmula:

$$\cotg^2 \delta = Q^2 + S^2, \text{ onde}$$

$$Q = \left[(t_a - t_b) \times \frac{P_a}{P} + t_a \right]$$

$$S = \frac{U_{pp}}{f}$$

$$t_a = \frac{V_{a'}}{f} \text{ e } t_b = \frac{V_{b'}}{f}$$

t_a e t_b são facilmente obtidos sobre uma escala especial

na qual a unidade é a distância focal da câmara (f).

O ângulo exagerado, no modelo estereoscópico, pode ser obtido com o estereocomparador de declives ou outro instrumento de mesma finalidade. Caso isto ocorra, a relação tangencial entre o ângulo exagerado e o fornecido pelo I.T.C. fornecerá o valor numérico de ϵ . Salienta-se que o método do I.T.C. não fornece o valor de ϵ e sim o valor do ângulo do declive.

Os instrumentos necessários são apenas o estereoscópio de espelhos, a barra de paralaxe e a escala especial. Demora-se um pouco mais, porém ganha-se em precisão devido à confiabilidade do método e à independência de medidas aparentes sobre o modelo estereoscópico.

II.2.8. Fórmula de MILLER

Fórmula lógica, fácil de ser compreendida e aplicada, baseada no princípio de HAINE estabelecido em 1902: "Para produzir uma imagem espacial ortoplástica, a distância aparente de um dado plano focal deve estar para a distância interpupilar assim como a distância atual de um dado plano frontal da câmara aérea deve estar para o comprimento da base".

Fiel à este princípio, o exagero vertical apresenta-se como:

$\epsilon = \frac{S \times B}{e \times H}$ ou $\epsilon = \frac{S \times P}{e \times F}$, sendo a última mais conveniente para uso prático, onde:

H = altura de voo.

B = base aérea.

e = distância interpupilar.

F = distância focal da câmara.

P = paralaxe absoluta de um ponto relativo à altura H, obtida com muita dificuldade.

A paralaxe absoluta de um ponto arbitrário X é expressa por $P_x = b + d_p (X - pp)$, mas negligenciando possíveis erros introduzidos, o valor de P pode ser considerado como a base aérea fotográfica (b) obtida em qualquer uma das fotos.

S = distância aparente dos olhos a um dado plano frontal da imagem espacial. É o ponto chave e mais criticado em todas as fórmulas que aparece, porém MILLER nos dá uma diretriz para a sua obtenção.

Baseado nas experimentações conduzidas, MILLER(8) apresenta as seguintes regras para a determinação de S:

1º) para qualquer estereoscópio de lentes (com aumento de duas a três vezes) e com as fotografias dispostas no plano focal das lentes:

a) S variará entre 35 e 45 cm para diferentes observadores;

b) S não variará mais do que 3,5 cm para cada observador.

2º) para estereoscópios de espelhos, S variará entre 33 e 41 cm para diferentes observadores, quando o plano das fotografias estiver a uma distância de 30 cm ou seja, quando a distância focal do estereoscópio for igual a 30 cm.

Assim, a fórmula pode ser escrita:

$$e = \frac{16 \times P}{e \times F}$$

"Esta fórmula dará bons resultados com o uso de estereoscópio de bolso. Contudo, dará um resultado super-

estimado com estereoscópio de espelhos."(8)

II.2.9. Fórmula de ANDRADE

O exagero de estereoscopia, segundo esta fórmula, resulta da diferença entre a distância focal do estereoscópio (f') e da câmara aérea (f) e do valor da base aérea (b), do par de fotografia. A sua demonstração está subdividida em duas partes:

1ª) a primeira parte fornece o ϵ devido ao deslocamento b dos pontos de observação, e é o que realmente acontece quando observamos fotografias aéreas através de um estereoscópio. Mediante dedução matemática, com pequena aproximação, e utilizando a figura 5, obtém-se:

$$\epsilon_I = \frac{b^2}{f^2} + 1$$

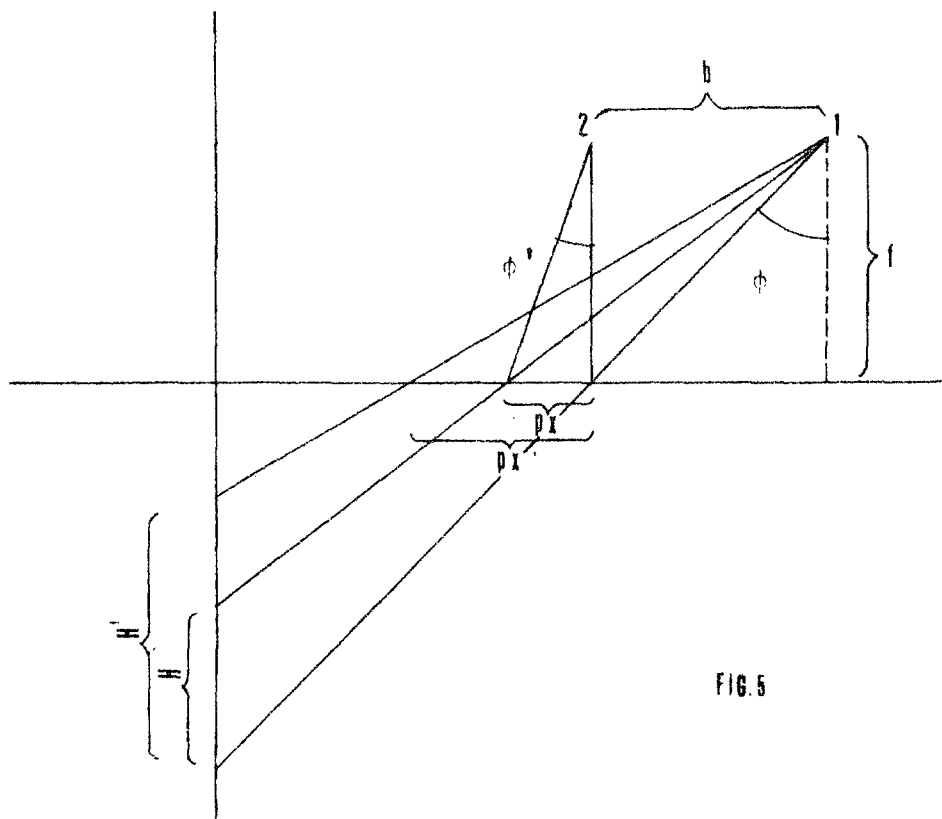


FIG. 5

2º) a segunda parte fornece o ϵ em função da relação entre a distância focal do estereoscópio (f') e a ^{da} câmara aérea (f). Da figura 6 podemos inferir que:

$$\epsilon_2 = \frac{f'}{f}$$

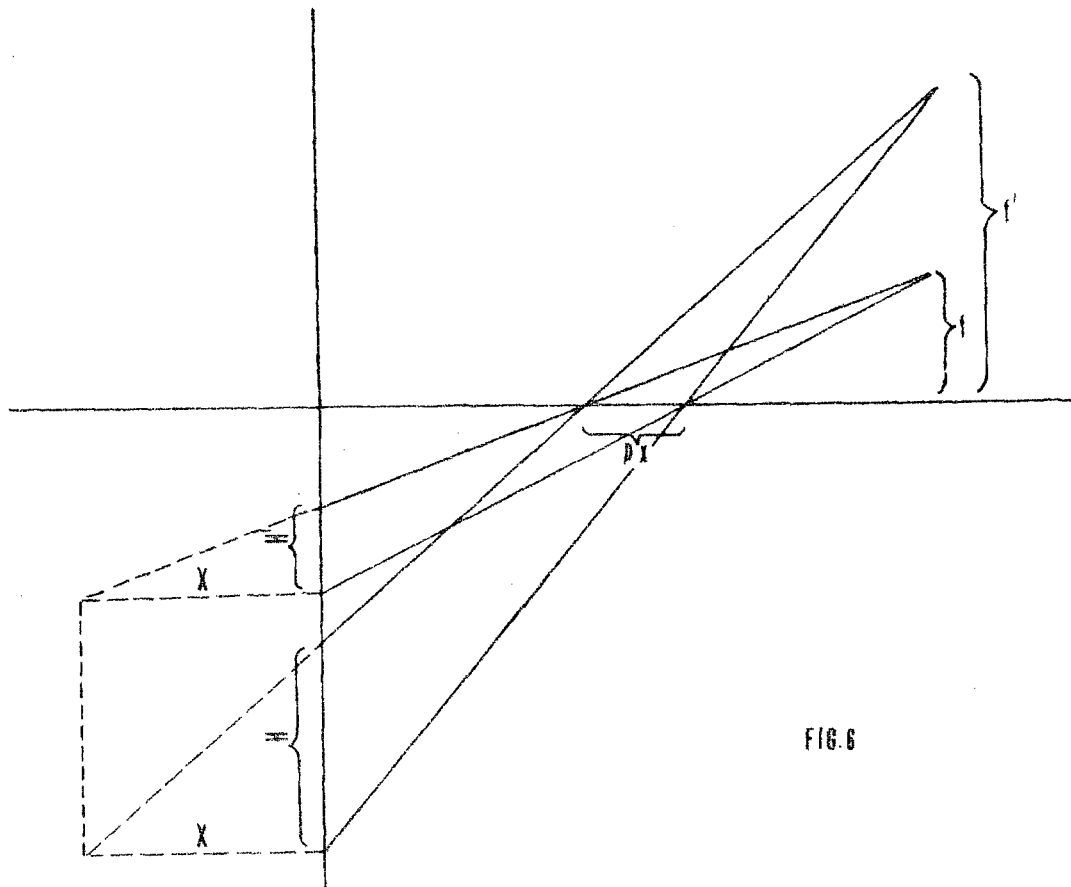


FIG. 6

Na realidade, em vez de f' , seria usada a distância de observação, já que f' é variável que depende do estereoscópio. O efeito combinado das causas determinantes do ϵ será o produto de suas respectivas expressões:

$$\epsilon = \epsilon_1 \times \epsilon_2$$

$$\epsilon = \frac{f'}{f} \times \left[\frac{b^2}{f^2} + 1 \right] \text{ ou } \epsilon = \frac{f' \times (b^2 + f^2)}{f^3}$$

É fácil confeccionar uma tabela de dupla entrada, tabela 1, para a rápida determinação de ϵ , onde f' é igual a 100 milímetros e 340 milímetros, que são valo-

res médios, respectivamente, para o estereoscópio de bolso e o de espelhos.

5

TABELA 1 : Determinação de e em função de f , f' e b

BASE AÉREA	f' = 100 mm			f' = 340 mm		
	DISTÂNCIA FOCAL DA CÂMARA AÉREA					
	f=88,5mm	153mm	300mm	f=88,5mm	153mm	300mm
90 mm	2,30	0,88	0,36	7,81	2,99	1,24
91	2,32	0,88	0,36	7,90	3,01	1,24
92	2,35	0,89	0,36	8,00	3,03	1,24
93	2,38	0,90	0,37	8,08	3,04	1,24
94	2,40	0,90	0,37	8,18	3,06	1,25
95	2,43	0,91	0,37	8,27	3,08	1,25

II.2.10. Fórmula de LaPRADE

Após uma série de experimentos, LaPRADE afirma que para estereoscópios de lentes e de espelhos, o exa~~ge~~ro vertical depende de apenas dois fatores: a razão $B:H$ e o ângulo de convergência (γ) formado, nos olhos, pela observação do estereopar. A primeira afirmação está em concordância com os trabalhos de THURRELL e CHARLES MILLER que utilizaram fotografias aéreas em vez de estereogramas. A segunda não tem similar na literatura.

No início da pesquisa foi considerado apenas o estereoscópio de bolso resultando que o exa~~ge~~ro vertical com estereoscópio de lentes colimadas é independente do tipo de estereoscópio, desde que a separação do estereopar produza o mesmo ângulo de convergência para os olhos, posteriormente generalizado o seu uso para qualquer tipo de estereoscópio.

A fórmula apresentada para o exagero é a seguinte:

$$\epsilon = \frac{\frac{h}{b}}{\frac{h_t}{b_t}}, \text{ onde } \frac{h}{b} \text{ e } \frac{h_t}{b_t} \text{ são, respectivamente,}$$

a razão base-altura verdadeira do objeto fotografado e do modelo estereoscópico observado. Mas, LaPRADE de mostra que:

$$\frac{h}{b} = \frac{\alpha}{\xi} \times \frac{1}{\left[\gamma_r - \kappa \times (\gamma_r - \gamma) \times \left(1 - \frac{\alpha}{\xi} \right) \right]}, \text{ assim}$$

$$\epsilon = \frac{\frac{h}{b}}{\frac{h_t}{b_t}} = \frac{\frac{\alpha}{\xi}}{\frac{h_t}{b_t}} \times \frac{1}{\left[\gamma_r - \kappa \times (\gamma_r - \gamma) \times \left(1 - \frac{\alpha}{\xi} \right) \right]}$$

Os ângulos α , γ e ξ definem a geometria do caso real de observação de uma pirâmide de altura h_t e base b_t , como ilustrado na figura 7.

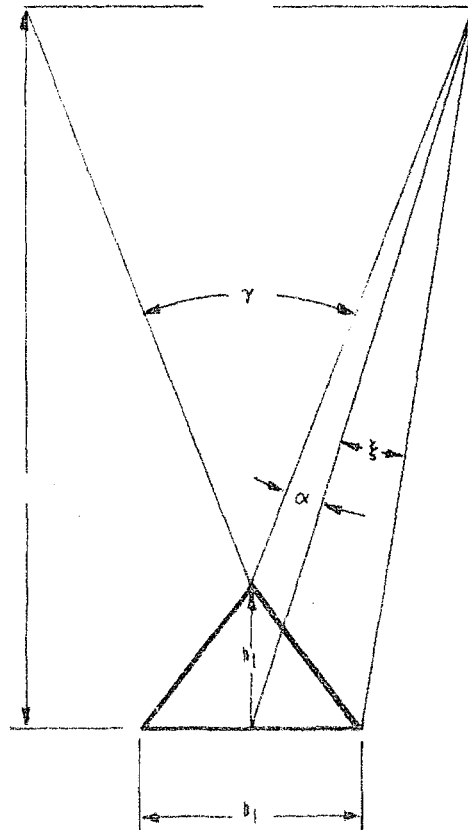


FIG. 7

Através do método dos mínimos quadrados, as constantes γ_r , k e c , independentes de α , γ e ξ , foram determinadas a partir de ensaios realizados com quatro observadores produzindo os seguintes resultados:

0,20 radianos, 0,65 e 0,31.

Mediante substituições, a seguinte fórmula pode ser obtida partindo da anterior, na qual B e H , referem-se à base aérea e altura de vôo:

$$\epsilon = \frac{B}{H} \times \frac{1}{\left[\gamma_r - k \times (\gamma_r - \gamma) \times \left(1 - \frac{B \times h_t}{H \times b_t} \right) \right]}$$

Assim, para um objeto qualquer de razão base-altura, $\frac{h_t}{b_t}$, o exagero de estereoscopia depende somente de $\frac{B}{H}$ e γ .

No caso particular de $\gamma = \gamma_r$, a expressão do exagero simplifica-se para:

$\epsilon = \frac{B}{H} \times \frac{1}{\gamma_r}$ ou $\epsilon = 5 \times \frac{B}{H}$, para pessoas com moderada miopia $\gamma_r^{-1} = 3,5$. Destarte, o valor $\gamma_r^{-1} = 5$ pode ser considerado como representativo para um típico observador, mas deverá variar para outros observadores.

Posteriormente, respondendo a sugestões e críticas (15) que lhe foram feitas, LAPRADE (6) completou o artigo, usando desta vez, três variáveis (p_c : paralaxe total, b_c : comprimento da base e o ângulo γ), pelo fato de serem quantidades físicas mensuráveis que não dependem de qualquer conceituação do processo de visão estereoscópica.

"Baseados nos experimentos apresentados, pode-se concluir que a aparente razão base-altura do estereomode-

lo é a mesma para qualquer feição do modelo, simétrico ou não em relação à posição das câmaras aéreas. Também, para o mesmo ângulo de convergência e a mesma paralaxe total- comprimento da base, os resultados obtidos demonstraram ser idêntica a razão aparente base-altura para qualquer estereopar, independente do tipo de estereoscópio de plano focal usado" (6), isto é, de bolso ou de espelhos.

II.2.11. Fórmula de YACOUMELOS

YACOUMELOS analisa as relações entre a geometria do estereomodelo e a do objeto real e apresenta a fórmula que transforma as coordenadas do modelo real X_{ro} , Y_{ro} e Z_{ro} em coordenadas do estereomodelo X_o , Y_o e Z_o para cada ponto do objeto.

O artigo (16) da bibliografia tem mais utilidade para fotogrametria terrestre, em particular para uso arquitetônico, onde a exigência essencial é o conhecimento da livre deformação do estereomodelo.

YACOUMELOS apresenta a seguinte fórmula aproximada para o exagero de estereoscopia quando o sistema ocular do estereoscópio não amplia a imagem ($m=1$),

$$\epsilon = \frac{b \times d}{f \times b_s}, \text{ onde}$$

f = distância focal da câmara aérea.

d = distância do plano dos olhos ao plano das fotografias.

b = distância entre os pontos principais das fotografias.

b_s = distância interpupilar.

III. MATERIAIS E MÉTODOS

Medidas de declives em fotografias aéreas podem ser obtidas por processos geométricos (como o do I.T.C) ou através do conhecimento do valor do exagero de estereoscopia. Ambos os processos foram aplicados neste trabalho.

Dois equipamentos foram manuseados para a coleta de dados, quais sejam: o estereoscópio de espelhos Wild ST-4 com a respectiva barra de paralaxe e o estereocomparador de declives Lietz (Hackman).

Fotografias aéreas do Município de Colombo, próximo da cidade de Curitiba, obtidas em setembro de 1974 na escala aproximada de 1:20.000 e com uma câmara aérea de distância focal de 153 mm, formando seis pares estereocópicos com recobrimento longitudinal aproximado de 60%, foram utilizadas para as medidas dos declives e cedidas gentilmente pelo F.I.T.C. (Fundação Instituto, Terras e Cartografia, do Estado do Paraná).

Todos os 27 declives determinados sobre as fotografias aéreas tiveram sua comprovação no terreno. Pois, com o valor medido no terreno e o correspondente valor exagerado obtido através das fotografias obtem-se, com fidelidade o valor do exagero de estereoscopia, garantindo a possibilidade de analisar e comparar os resultados de 5 métodos desenvolvidos para tal finalidade.

Houve uma tentativa de se efetuar medidas em fotografias aéreas na escala 1:8.000 do recobrimento da cidade de Curitiba, ou mais precisamente, do Bairro das Mercês, mas em vista dos baixos valores dos declives a idéia foi deixada de lado.

Os valores numéricos, para os necessários cálculos, foram coletados observando-se os seguintes itens:

- a) com a observação estereoscópica procedeu-se a escolha dos declives em cada par de fotografias aéreas, tomando-se o cuidado de abandonar os que estivessem próximos das margens das fotografias;
- b) os dois pontos definidores de cada declive foram marcados nos correspondentes pares de fotografias aéreas e de vinte medidas realizadas com o estereocomparador de declives e de cinco pares de medidas realizadas com a barra de paralaxe, a média aritmética forneceu, respectivamente, o ângulo exagerado do declive e a diferença de paralaxe, sendo a segunda utilizável somente no método do I.T.C.;
- c) para a obtenção do valor de K a ser usado na fórmula de FICHTER foi desenhado um tronco de pirâmide sobre uma folha de papel, com a diferença de paralaxe unitária entre a base e o topo da figura;
- d) utilizou-se o MSD para determinar o declive aparente e o declive real (usando-se a distância focal e a média da base aérea do par de fotografias) válido no método de HACKMAN;
- e) a média aritmética de vinte valores definiu o valor de K e do ângulo aparente, usado respectivamente nas fórmulas de FICHTER e HACKMAN, que tiveram uma variação de 2 a 2,6 e de 23° a 30°, em função do afastamento (de 60 a 90 mm) entre o par de fotogramas usados;
- f) em todas as medidas, os olhos do observador encontravam-se posicionados diretamente abaixo do estereocentro do par de fotografias, evitando, desse modo, a correção

causada pela distorção da imagem tridimensional;

- g) o afastamento entre as lentes do estereoscópio de espelhos, quando do seu uso, não é constante, permitindo uma variação de até 40 mm; porém, considerou-se como constante e adotou-se um valor de 330 mm (variação de 320 a 360 mm) para a distância focal do estereoscópio;
- h) a escala especial usada para a aplicação do método do I.T.C. foi a que acompanha a sua publicação, tendo sido rigorosamente seguidas as etapas nela mencionadas.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

De cinco pares de fotografias aéreas do Município de Colombo,, na escala aproximada de 1:20.000, obtiveram-se os ângulos de 27 declives.

Com o par de fotografias nº 2-20 e 2-21 mediram-se 6 declives; com o par 2-21 e 2-22,6 declives; par 2-22 e 2-23,5 declives; para 2-23 e 2-24,5 declives e, finalmente, para 2-25 e 2-26,5 declives.

Nos quadros de números 1 a 5, estão indicados os resultados dos ângulos dos declives e os correspondentes exageros de estereoscopia, obtidos pela aplicação dos 5 métodos anteriormente mencionados.

Os valores de cada quadro estão relacionados a um par de fotografia e, em cada coluna, estão indicados, para cada declive, os seguintes resultados: ângulo exagerado do declive medido com o estereocomparador de declives e seu correspondente desvio padrão, ângulo real do declive medido no terreno, valor real do exagero de estereoscopia (obtido pela relação tangencial dos ângulos exagerado e

real) e os resultados para cada método (exagero de estereoscopia e em função deste o ângulo do declive, fornecido pelo respectivo método).

A finalidade do método do I.T.C. é fornecer o valor do ângulo do declive, porém, por uma simples relação inversa determina-se o correspondente valor de ϵ .

QUADRO 1: VALORES DOS DECLIVES OBTIDOS COM O PAR DE FOTOGRAFIAS Nº 20 e 21

Ângulo exagerado	40,10º ± 0,22		40,90º ± 0,34		49,70º ± 0,44		43,10º ± 0,29		43,10º ± 0,29		40,80º ± 0,25	
Ângulo real	13,83º		26,70º		27,14º		21,30º		15,83º		28,35º	
Valor real de ε	3,4		2,2		2,3		2,4		3,3		1,6	
MÉTODO APLICADO	ângulo de declive	Valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε
I.T.C.	10,16º	4,7	28,96º	2,0	34,75º	1,7	18,48º	2,8	10,01º	5,3	15,56º	3,1
ANDRADE	16,19	2,9	20,89	2,9	22,13	2,9	17,88	2,9	17,88	2,9	16,58	2,9
FICHTER	37,44	1,1	45,17	1,1	47,00	1,1	40,39	1,1	40,39	1,1	38,12	1,1
HACKMAN	21,35	2,1	27,79	2,1	29,31	2,1	24,02	2,1	24,02	2,1	22,34	2,1
THURRELL	13,32	3,5	17,55	3,5	18,62	3,5	14,97	3,5	14,97	3,5	13,85	3,5

QUADRO 2: VALORES DOS DECLIVES OBTIDOS COM O PAR DE FOTOGRAFIAS Nº 21 e 22

Ângulo exagerado	34,15º ± 0,15		33,20º ± 0,30		38,40º ± 0,34		35,90º ± 0,32		40,30º ± 0,31		35,35º ± 0,23	
Ângulo real	10,34º		15,18º		20,24º		17,00º		14,00º		15,32º	
Valor real de ε	3,7		2,9		2,1		2,4		3,4		2,6	
MÉTODO APLICADO	ângulo de declive	Valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	Valor de ε	ângulo de declive	Valor de ε	ângulo de declive	Valor de ε	ângulo de declive	Valor de ε
I.T.C.	9,62º	4,0	9,92º	4,5	12,09º	3,1	14,50º	2,8	11,97º	4,0	15,26º	2,6
ANDRADE	13,16	2,9	15,18	2,9	15,29	2,9	14,02	2,9	16,30	2,9	13,74	2,9
FICHTER	31,66	1,1	35,58	1,1	35,77	1,1	33,35	1,1	37,63	1,1	32,82	2,1
HACKMAN	17,93	2,1	20,54	2,1	20,68	2,1	19,02	2,1	22,00	2,1	18,66	2,1
THURRELL	10,96	3,5	12,67	3,5	12,76	3,5	11,69	3,5	13,62	3,5	11,46	3,5

QUADRO 3: VALORES DOS DECLIVES OBTIDOS COM O PAR DE FOTOGRAFIAS Nº 22 e 23

Ângulo exagerado	35,60º ± 0,32		40,70º ± 0,27		45,85 ± 0,24		25,25º ± 0,31		35,05º ± 0,23	
Ângulo real	22,14º		22,37º		28,34º		13,53º		14,02º	
Valor real de ε	1,8		2,1		1,9		2,0		2,8	
MÉTODO APLICADO	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε
I.T.C.	18,03º	2,2	17,67º	2,7	18,38º	3,1	7,46º	3,6	11,66º	3,4
ANDRADE	13,87	2,9	16,52	2,9	19,56	2,9	9,24	2,9	13,60	2,9
FICHTER	33,06	1,1	38,02	1,1	43,12	1,1	23,31	1,1	32,53	1,1
HACKMAN	18,03	2,2	21,35	2,2	25,09	2,2	12,10	2,2	17,69	2,2
THURRELL	9,67	4,2	11,57	4,2	13,78	4,2	6,41	4,2	9,48	4,2

QUADRO 4: VALORES DOS DECLIVES OBTIDOS COM O PAR DE FOTOGRAFIAS Nº 23 e 24

Ângulo exagerado	33,30º ± 0,33		33,30º ± 0,33		56,10º ± 0,24		39,90º ± 0,12		44,10º ± 0,18	
Ângulo real	16,00º		20,00º		24,27º		13,81º		25,09º	
Valor real de ε	2,3		1,8		3,3		3,4		2,1	
MÉTODO APLICADO	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε
I.T.C.	9,10º	4,1	14,18º	2,6	18,69º	4,4	9,68º	4,9	13,62º	4,0
ANDRADE	13,30	2,8	13,20	2,8	27,99	2,8	16,63	2,8	19,09	2,8
FICHTER	33,30	1,0	33,30	1,0	56,10	1,0	39,90	1,0	44,10	1,0
HACKMAN	19,07	1,9	19,07	1,9	38,07	1,9	23,75	1,9	27,02	1,9
THURRELL	9,33	4,0	9,33	4,0	20,41	4,0	11,80	4,0	13,62	4,0

QUADRO 5: VALORES DOS DECLIVES OBTIDOS COM O PAR DE FOTOGRAFIAS Nº25 e 26

Ângulo exagerado	41,00º ± 0,18		47,25º ± 0,16		39,65º ± 0,17		45,20º ± 0,19		54,35º ± 0,11	
Ângulo real	14,76º		19,83º		15,15º		24,30º		29,00º	
Valor real do ε	3,3		3,0		3,1		2,2		2,5	
MÉTODO APLICADO	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε	ângulo de declive	valor de ε
I.T.C.	14,34º	3,4	22,59º	2,6	9,60º	4,9	13,80º	4,1	20,65º	3,7
ANDRADE	17,25	2,8	21,12	2,8	16,49	2,8	19,78	2,8	26,47	2,8
FICHTER	38,32	1,1	44,52	1,1	37,00	1,1	42,47	1,1	51,73	1,1
HACKMAN	23,49	2,0	28,41	2,0	22,51	2,0	26,73	2,0	34,88	2,0
THURRELL	16,16	3,0	19,83	3,0	15,44	3,0	18,56	3,0	24,93	3,0

Como para cada declive de um par de fotografias aéreas, o valor real do exagero de estereoscopia e o valor fornecido pelo método do I.T.C. não se mantiveram consistentes, aceitou-se que as médias aritméticas representassem os respectivos valores de ϵ para o par de fotografias. Os demais métodos, independentes do número de declives medidos, fornecem apenas um valor de ϵ para cada par de fotografias. Desse modo, o quadro 6 fornece os resultados obtidos do exagero de estereoscopia, em cada par de fotografia, para os 5 métodos analisados, como também o valor ϵ real.

QUADRO 6: VALORES DE ϵ PARA CADA PAR DE FOTOGRAFIAS EM FUNÇÃO DOS MÉTODOS APLICADOS

MÉTODO APLICADO	Nº DO PAR DE FOTOGRAFIAS				
	20-21	21-22	22-23	23-24	25-26
ϵ REAL	2,5	2,8	2,1	2,6	2,8
I.T.C.	3,1	3,6	3,0	4,0	3,7
ANDRADE	2,9	2,9	2,9	2,8	2,8
FICHTER	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
HACKMAN	2,1	2,1	2,2	1,9	2,0
THURRELL	3,5	3,5	4,2	4,0	3,0

Os valores reais do exagero de estereoscopia, para todos os pares de fotografias em função dos respectivos declives medidos, oscilam, entre 2 e 3. Desse modo, apenas em se tratando de valores de ϵ , os resultados que mais se aproximaram do real foram os fornecidos, sucessivamente por ANDRADE, HACKMAN, I.T.C. THURRELL e FICHTER.

Analisando os resultados fornecidos pelos 5 métodos vemos que os de THURRELL e do I.T.C. forneceram resultados diferentes para cada par de fotografias, enquanto que pelos demais métodos os resultados são praticamente idênticos.

A principal finalidade do conhecimento de ϵ é a determinação de ângulos de declives através de fotografias aéreas, sem a necessidade de se ir ao campo. Assim, analisaremos os resultados correspondentes à diferença entre o ângulo real do declive, medido no campo, e o ângulo do declive, obtido através das fotografias aéreas fornecido por cada método.

Os quadros de números 7 a 11 indicam, para cada declive em cada par de fotografias aéreas, a diferença, em graus, do ângulo real do declive e do ângulo de declive calculado por cada método.

QUADRO 7: RESULTADO DA SUBTRAÇÃO DO ÂNGULO REAL E DO CALCULADO PARA CADA DECLIVE DO PAR DE FOTOGRAFIAS 20-21.

DECLIVE MEDIDO	MÉTODO DE				
	ANDRADE	HACKMAN	FICHTER	I.T.C.	THURRELL
1º Declive	3,77º	-8,02º	-23,61º	3,67º	0,31º
2º Declive	5,81	-1,09	-18,47	-2,26	9,15
3º Declive	5,01	-2,17	-19,86	-7,61	8,52
4º Declive	3,42	-2,72	-19,09	2,82	6,33
5º Declive	-2,05	-8,19	-24,56	5,82	0,86
6º Declive	11,77	6,01	- 9,77	12,79	14,50

QUADRO 8: RESULTADO DA SUBTRAÇÃO DO ÂNGULO REAL E DO CALCULADO PARA CADA DECLIVE DO PAR DE FOTOGRAFIAS
21-22

DECLIVE MEDIDO	MÉTODO DE				
	ANDRADE	HACKMAN	FICHTER	I.T.C.	THURREL
1º Declive	-2,82º	-7,56º	-21,32º	0,72º	-0,62º
2º Declive	0,0	-5,36	-20,40	5,26	2,51
3º Declive	4,95	-0,44	-15,53	8,15	7,48
4º Declive	2,98	-2,02	-16,35	2,50	5,31
5º Declive	-2,30	-8,00	-23,63	2,03	0,38
6º Declive	1,58	-3,34	-17,50	0,06	3,86

QUADRO 9: RESULTADO DA SUBTRAÇÃO DO ÂNGULO REAL E DO CALCULADO PARA CADA DECLIVE DO PAR DE FOTOGRAFIAS
22-23

DECLIVE MEDIDO	MÉTODO DE				
	ANDRADE	HACKMAN	FICHTER	I.T.C.	THURRELL
1º Declive	8,27	4,11	-10,92	4,11	12,47
2º Declive	5,82	1,02	-15,65	4,70	10,80
3º Declive	8,78	3,25	-14,78	9,96	14,56
4º Declive	4,29	1,43	9,68	6,07	7,12
5º Declive	0,42	-3,67	-18,51	2,36	4,54

QUADRO 10: RESULTADO DA SUBTRAÇÃO DO ÂNGULO REAL E DO CALCULADO PARA CADA DECLIVE DO PAR DE FOTOGRAFIAS
23-24

DECLIVE MEDIDO	MÉTODO DE				
	ANDRADE	HACKMAN	FICHTER	I.T.C.	THURRELL
1º Declive	2,80º	-3,07º	-17,30º	6,90º	6,67º
2º Declive	6,80	0,93	-13,10	5,82	10,67
3º Declive	-3,72	-13,80	-31,83	5,58	3,86
4º Declive	-2,82	-9,94	-26,09	4,13	2,01
5º Declive	6,00	-1,93	-19,01	11,47	11,47

QUADRO 11: RESULTADO DA SUBTRAÇÃO DO ÂNGULO REAL E DO CALCULADO PARA CADA DECLIVE DO PAR DE FOTOGRAFIAS 25-26

DECLIVE MEDIDO	MÉTODO DE				
	ANDRADE	HACKMAN	FICHTER	I.T.C.	THURRELL
1º declive	-2,49º	-8,73º	-23,56º	0,33º	1,40º
2º declive	-1,29	-8,58	-24,69º	-2,76	0,0
3º declive	-1,34	-7,36	-21,85	5,55	0,29
4º declive	4,52	-2,43	-18,17	10,50	5,74
5º declive	2,53	-5,88	-22,73	8,35	4,07

O método de FICHTER está fora de qualquer cogitação de análise de resultados, pelo fato de apresentar sistematicamente, em todos os cinco pares de fotografias, erros superiores a 10 graus na determinação do ângulo do declive.

No que tange ao par de fotografias nº 20-21, os resultados apresentados não evidenciam a superioridade de qualquer método, apesar da fórmula de THURRELL proporcionar dois declives quase que idênticos aos medidos no terreno; porém, os demais 4 valores obtidos prejudicam essa exatidão alcançada.

No tocante, ao par de fotografias 21-22, com erros máximos de 5 e 7 graus, já se percebe a superioridade apresentada pelas fórmulas de ANDRADE e THURRELL sobre as demais.

Com o par de fotografias nº 22-23, uma melhor aproximação é notada nos resultados fornecidos por HACKMAN.

No par de fotografias nº 23-24, os resultados não indicam a superioridade de qualquer dos cinco métodos analisados.

Com o par de fotografias nº 25-26, os resultados evi

denciam uma ligeira vantagem das fórmulas de THURRELL e ANDRADE, nesta ordem, sobre as demais.

Aceitando-se um intervalo de erro de ± 3 graus, dos 27 resultados dos ângulos de declives fornecidos por cada método, a fórmula de ANDRADE fornece 13 declives aceitáveis, HACKMAN, 10, I.T.C. 9 e THURRELL 6 declives.

Com intervalo de erro de ± 2 graus, ANDRADE fornece 4 declives aceitáveis, HACKMAN 6, I.T.C. 3 e THURRELL 6.

Finalmente, com intervalo de erro de ± 1 grau, isto é, o ângulo obtido quase idêntico ao real, ANDRADE forneceu 2 declives, HACKMAN 2, I.T.C. 3 e THURRELL 6 declives aceitáveis.

V. CONCLUSÕES

Face às medidas realizadas pelo autor, as seguintes conclusões, sem testes estatísticos, podem ser inferidas:

- a) afora o método de I.T.C., todos os demais forneceram apenas um valor para o ϵ , válido para o par de fotografias considerado. O exagero de estereoscopia obtido através da determinação do ângulo do declive pelo método de I.T.C. é o resultado da média aritmética de diversos valores obtidos sobre o mesmo par de fotografias aéreas;
- b) em se tratando da determinação numérica do valor de ϵ , os melhores resultados foram os apresentados, sucessivamente pelas fórmulas de ANDRADE, HACKMAN, I.T.C. THURRELL e FICHTER;
- c) analisando os resultados referentes aos ângulos dos declives, nenhum método evidencia-se como apresentando bons e exatos resultados, porém os que mais se destacaram foram os métodos, sucessivamente, de ANDRADE, THURRELL e HACK

MAN.

- d) o método que produziu piores resultados foi o de FICHTER, com erros na determinação de ângulos de declives superiores a 10 graus, pelo fato de apresentar valores de ϵ próximos da unidade;
- e) apesar do método de THURRELL apresentar valores compreendidos entre 3,0 e 4,0, o método forneceu alguns resultados exatos de ângulos de declives;
- f) todos os métodos são fáceis de serem aplicados e, levando em consideração o aspecto prático, o mais fácil é o de THURRELL; o que exige maior quantidade de cálculos é o do I.T.C.

1. ANDRADE, J.B. Exagero de estereoscopia: uma nova fórmula para o seu cálculo. Revista Floresta, 2(2):61-8.
2. GOODALE, E.R. An equation for approximating the vertical exaggeration ratio of a stereographic view. Photogrammetric Engineering, 19:607-16, Sep.1953
3. HACKMAN, R.J. The stereo-slope comparator: an instrument for measuring angles of slope in stereoscopic models. Photogrammetric Engineering, 22(5):893-8,1956.
4. HOWARD, A.D. The Fichter equation for correcting stereoscopic slopes. Photogram. Eng., 34(4):386-90, Apr. 1968.
5. LaPRADE, G.L.A. more general theory of stereoscopic. Goddard Aerospace Corporation, Litchfields Park, Arizona GIB-9268, REV a Mar, 1973.
6. ----- Stereoscopia-will data or dogma prevail? Photogram. Eng., 41 (12):1271, Dec. 1973.
7. MEKEL, J.F.; SAVAGE, J.F.; ZORN, H.C. Slope measurements and estimates from aerial photographs. Publications of the international Training Centre for Aerial Survey Deft -The Netherlands, Serial B, Number 26, Autumn 1964.
8. MILLER, Charles I. The stereoscopic space-image. Photogram. Eng., 24 (5): 810-5,1958.
9. MILLER, Victor C. Some factors causing exaggeration and slope distortion on aerial photographs. Photogram Eng. 19(4):592-607,1953.
10. RAASVELDT, H.C. The stereomodel, how it is formed and deformed. Photogram. Eng., 22(4):708-26, 1959.

11. RICCI, Mauro & PETRI, Setembrino. Princípios de aerofotogrametria e interpretação geológica. São Paulo, Centro de Publicações Técnicas da Aliança para o Progresso, USAID, 1965. 226 pg.
12. THURRELL, Jr., R.F. Vertical exaggeration in stereoscopic models. Photogram. Eng., Sep. 1953.
13. TREECE, W.A. Estimation of vertical exaggeration in stereoscopic viewing of aerial photographs. Photogram. Eng., 21 (4): 518-27, 1955.
14. VAN DER BENT, E.T. Dip estimation for photogeology. Photogram. Eng., 35 (12): 1225-7, Dec. 1969.
15. YACOUPELOS, N.G. Comments on stereoscopy-a more general theory. Photogram. Eng., 34(3): 274, Mar. 1973.
16. ----- The geometry of the stereomodel. Photogram. Eng., 38 (8): 791-80, Aug. 1972.